

Robotica – Robot Industriali e di Servizio

*Lezione 3:
Le strutture cinematiche*

19 febbraio 2014

Il primo problema: la posizione di un oggetto

- ⇒ Quasi tutte le applicazioni (industriali) che abbiamo visto implicavano la soluzione di uno o più di questi problemi fondamentali:
- Prendere un oggetto che sta in una determinata posizione
 - Depositare un oggetto in una determinata posizione
 - Portare un attrezzo in una determinata posizione
- ⇒ Oppure di problemi più complessi, tipo
- Far seguire ad un attrezzo una determinata traiettoria
 - Far seguire a tutto il robot (mobile) una determinata traiettoria

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 2

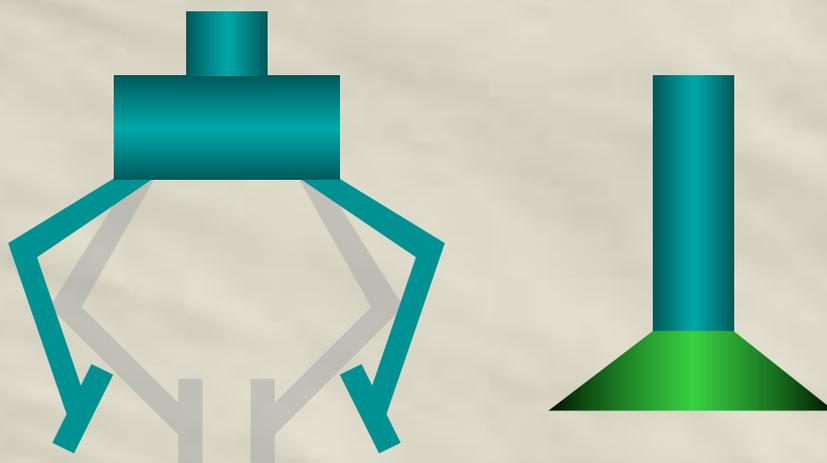
Guardate attentamente questa fotografia...

- ⇒ C'è un astuccio
- ⇒ Voglio costruire una macchina che lo sappia afferrare
- ⇒ Devo indicarle in che posizione si trova
- ⇒ Come posso fare?



Lezione 3 Le strutture cinematiche

Ipotizziamo di avere un organo di presa:



Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 4

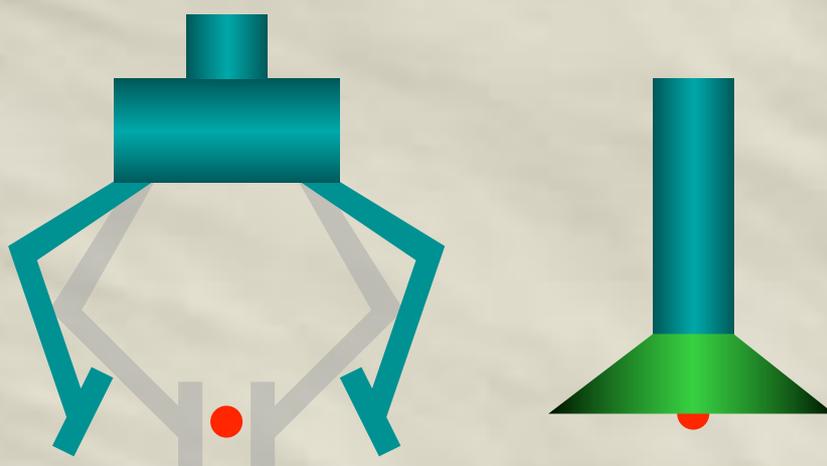
Cosa devo fare:

- ⇒ Portare la posizione dell'organo di presa a coincidere con quella dell'oggetto da prendere.
- ⇒ Ma come definisco la posizione dell'organo di presa?
- ⇒ Posso utilizzare quella di un suo punto ben definito!
 - Conveniamo di chiamare questo punto "Tool Center Point" (TCP)

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 5

Per l'organo di presa:



Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 6

E la posizione dell'oggetto?

- ⇒ Seguo lo stesso ragionamento: la descrivo indicando la posizione di un suo punto particolare (da convenire)
- ⇒ Attenzione! Questo funziona solo per oggetti rigidi (non articolati e indeformabili)
- ⇒ Ma come descrivo la posizione di un punto?

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 7

Esistono diversi sistemi:



- ⇒ Nel laboratorio di Robotica
- ⇒ Sul tavolo, accanto a Marmot
- ⇒ In posizione ($X=3224$, $Y=2450$, $Z=856$) espresse in mm rispetto all'angolo della stanza
- ⇒ In coordinate $45^{\circ}31'59.0231''N$, $10^{\circ}12'54.452''E$ a 112,4 m s.l.m.
- ⇒ A 2752 mm a SE della colonna e a 856 mm dal pavimento
- ⇒ A 240 mm a ESE della ruota n. 2 di Marmot

Lezione 3

19 febbraio 2014 8

Distinguiamo:

- ⇒ Sistemi **quantitativi**
 - *Richiedono capacità di misurazione*
 - Assoluti (rispetto a un riferimento fisso)
 - Relativi (rispetto a un riferimento mobile)
- ⇒ Sistemi **qualitativi**
 - *Richiedono intelligenza interpretativa*
- ⇒ Siccome per ora trattiamo robot non intelligenti, parleremo solo dei sistemi quantitativi

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 9

C'è qualcosa che non quadra:



⇒ I nostri sistemi non funzionano né con la pinza...

Né con la ventosa!

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 10

La posizione di un corpo rigido

- ⇒ Un corpo rigido è caratterizzato dal fatto che i suoi punti costituenti non mutano mai posizione l'uno rispetto all'altro
- ⇒ Per descriverne compiutamente la posizione nello spazio, basta descrivere la posizione di tre suoi punti non coincidenti e non allineati
- ⇒ Per descrivere la posizione di ogni punto occorrono tre coordinate → in totale ne occorrerebbero 9
- ⇒ Ma...
- ⇒ Non sono tutte indipendenti!

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 11

Le dimensioni dell'oggetto sono costanti

$$\begin{cases} d_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ d_{13} = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2} \\ d_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} \end{cases}$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 12

Quindi:

- ⇒ Delle 9 coordinate, solo 6 sono indipendenti.
- ⇒ Occorre un sistema più pratico!
- ⇒ Possiamo associare rigidamente all'oggetto una terna cartesiana...
- ⇒ E descrivere la sua posizione rispetto alla terna di riferimento

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 13

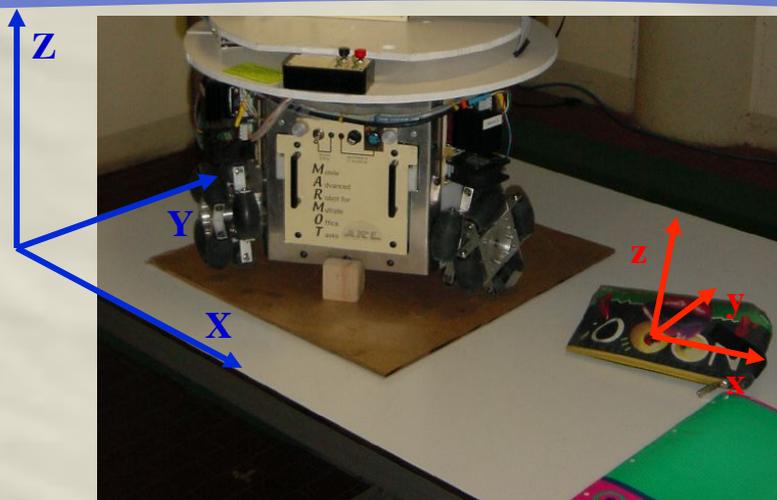
Riassumendo:

- ⇒ Per descrivere quantitativamente la posizione di un corpo nello spazio occorrono **SEI** coordinate, non tre!
- ⇒ Associamo rigidamente al corpo una terna di assi cartesiani
- ⇒ Descriviamo la posizione di questa terna rispetto ad una terna di riferimento:
 - Coordinate dell'origine
 - Orientamento angolare della terna

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 14

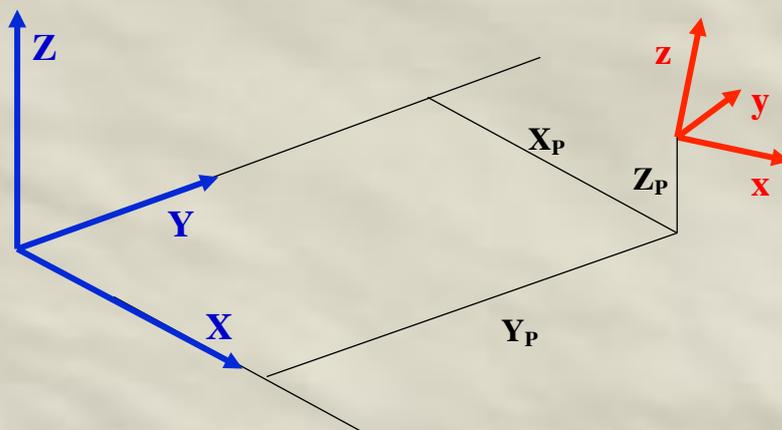
In altre parole:



Lezione 3 Le strutture cinematiche

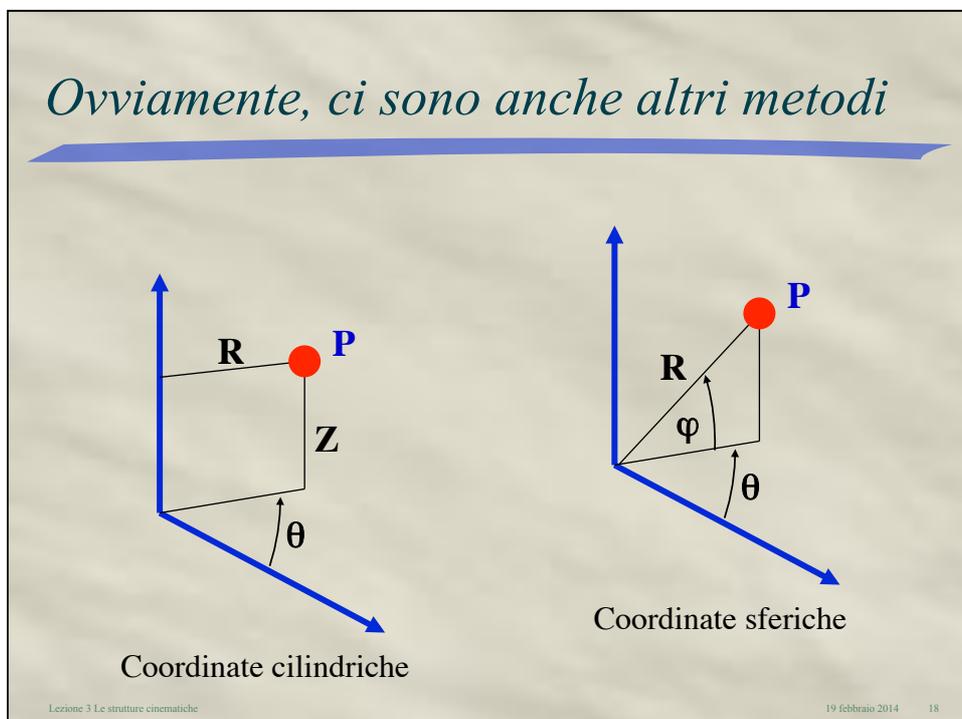
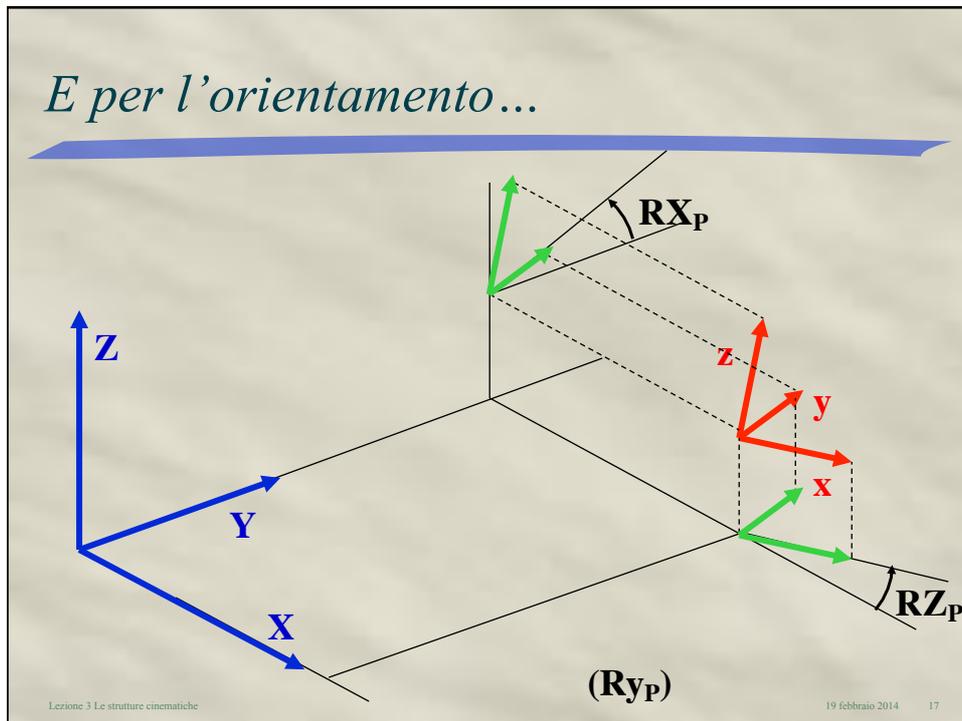
19 febbraio 2014 15

Allora, se il nostro punto si chiama P...



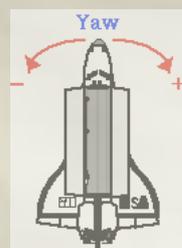
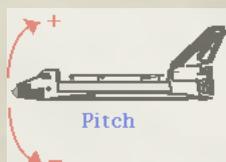
Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 16



...E lo stesso vale per le coordinate angolari

- ⇒ Si possono usare i coseni direttori
- ⇒ Oppure i concetti di “Roll, Pitch e Yaw” (Rollio, beccheggio e imbardata)



Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 19

Comunque sia...

- ⇒ Un corpo rigido nello spazio ha SEI possibilità di movimento
 - Gradi di libertà (GDL)
 - Degrees of Freedom (DOF)

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 20

Ultima osservazione:

- ⇒ La scelta del sistema di rappresentazione delle posizioni non è molto importante
- ⇒ Le trasformazioni da un sistema di coordinate ad un altro sono (in genere) semplici e poco onerose...
- ⇒ ...tranne una, che (in passato) creava non pochi problemi.

Il secondo problema: raggiungere un oggetto

- ⇒ Ora che abbiamo capito come si definisce la posizione di un oggetto, dobbiamo inventarci una macchina che possa raggiungere tale posizione

Occorrono componenti fisici:



La pinza...

Assi di legno...

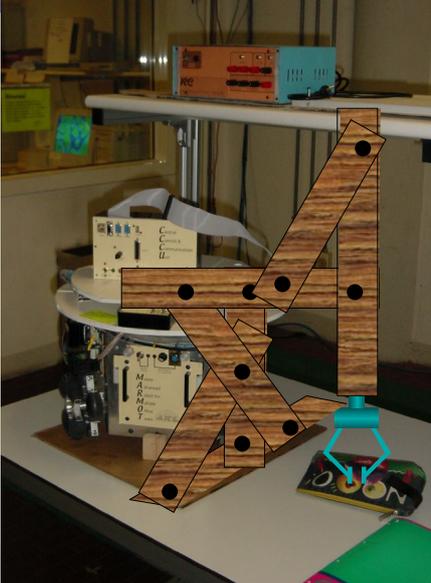
Chiodi...



Lezione 3 Le strutture cinematiche

Dopo un po' di tempo:

⇒ Ma questa struttura è rigida, e non serve a niente!



Lezione 3 Le strutture cinematiche

Rifacciamo tutto:

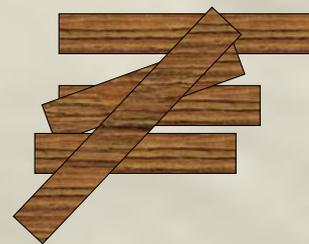
- ⇒ Perché questa struttura funziona?
- ⇒ Perché non è rigida
- ⇒ Però attenzione: funziona solo parzialmente



Lezione 3 Le strutture cinematiche

Parlando tecnicamente:

- ⇒ Segmenti (Link)
 - In prima approssimazione sono perfettamente rigidi
 - Hanno massa nulla



Giunti (Joints)

Collegano fra loro i link
 Permettono certi movimenti e non altri, cioè tolgono alcuni gradi di libertà e ne lasciano altri (spesso uno solo)



Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 26

I sei-cinque tipi di giunti primari:

Di rotazione

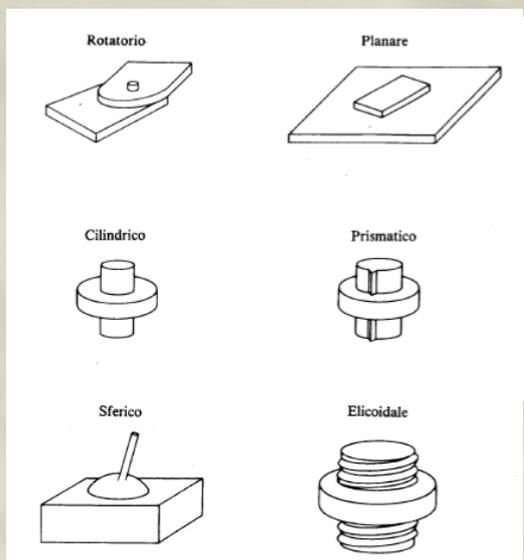
Cilindrico (rettilineo)

Sferico

Planare (piano)

Prismatico (rettilineo)

Elicoidale (rettilineo)



Tipi di movimenti permessi:

⇒ Rotazioni (intorno ad un asse)

⇒ Traslazioni (movimenti paralleli a se stessi)

Giunti e movimenti:

		Traslazioni			
		0	1	2	3
Rotazioni	0	(Saldatura)	Prismatico		
	1	Rotatorio	Cilindrico	Planare	
	2	Polso umano			
	3	Sferico			Veicolo spaziale

Lezione 3 Le strutture cinematiche 19 febbraio 2014 29

È abbastanza evidente che...

- ⇒ L'estremità del nostro braccio ideale deve potersi muovere in sei modi diversi (deve avere sei gradi di libertà)
- ⇒ Per ottenere ciò, dobbiamo utilizzare almeno sei possibilità di movimento
- ⇒ Ma la combinazione dei giunti deve essere opportuna...
- ⇒ E anche la loro disposizione

Lezione 3 Le strutture cinematiche 19 febbraio 2014 30

Per esempio:

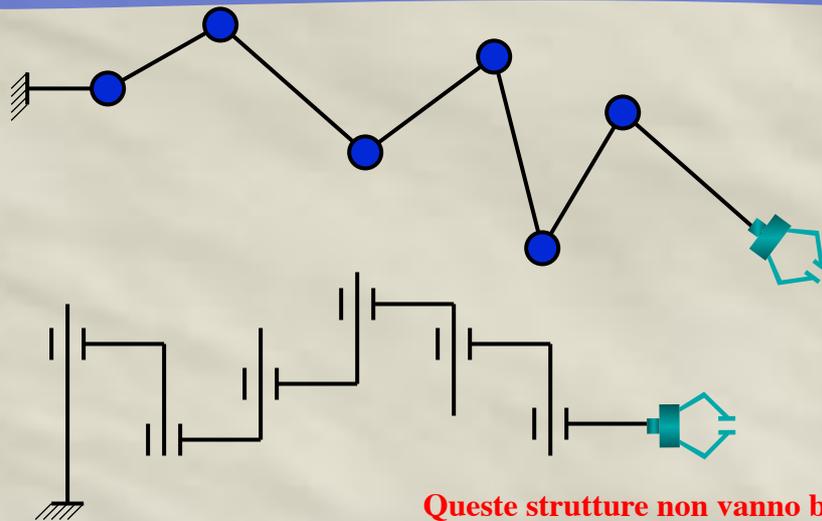
⇒ Sì

- (Almeno) tre traslazioni e tre rotazioni
- (Almeno) due traslazioni e quattro rotazioni
- (Almeno) una traslazione e cinque rotazioni
- (Almeno) sei rotazioni

⇒ No

- Tutte le altre, come ad esempio
 - Sei traslazioni
 - Cinque traslazioni e una rotazione
 - Ecc.

Ma devono anche essere ben disposte:



Un giunto "speciale":

- ⇒ Il giunto sferico equivale all'unione di tre giunti di rotazione, i cui assi sono ortogonali fra di loro e si incontrano nello stesso punto.
- ⇒ Questo semplifica moltissimo alcuni calcoli
- ⇒ Purtroppo non è facilissimo da costruire...

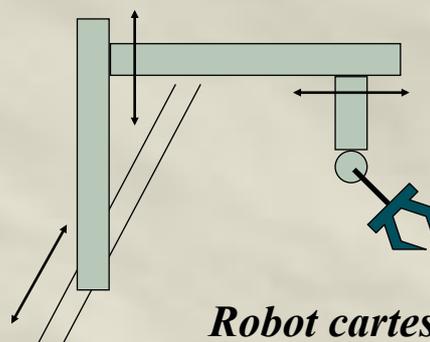


Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 33

Vari modi per fare un braccio ...

- ⇒ Tre G.D.L. traslazionali e tre rotazionali...

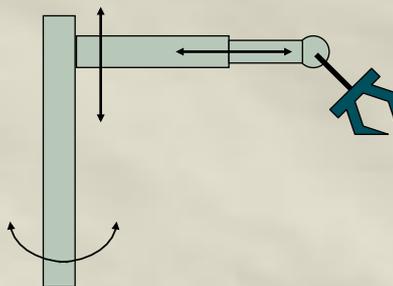


Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 34

Vari modi per fare un braccio...

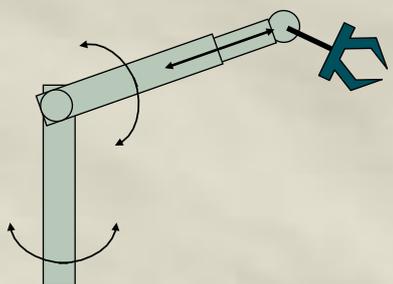
⇒ Due G.D.L. traslazionali e quattro rotazionali...



Robot cilindrico

Vari modi per fare un braccio...

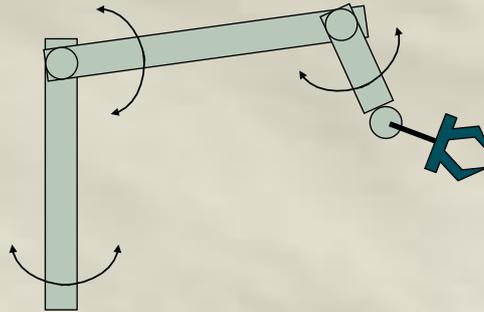
⇒ Un G.D.L. traslazionale e cinque rotazionali...



Robot sferico

Vari modi per fare un braccio...

⇒ Sei G.D.L. rotazionali...

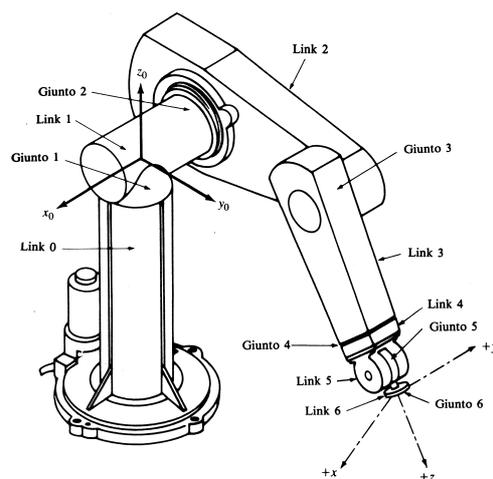


**Robot articolato
(antropomorfo)**

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 37

Il robot antropomorfo più famoso:

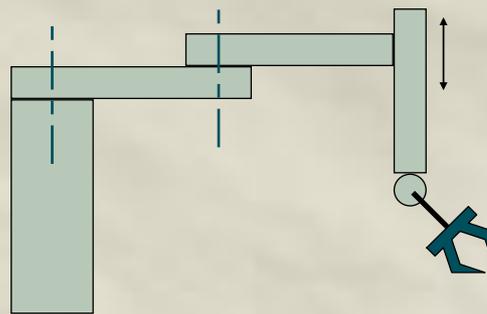


Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 38

Vari modi per fare un braccio...

⇒ Cinque G.D.L. rotazionali e uno traslazionale...



Robot SCARA

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 39

Altri modi per fare un braccio...

⇒ Bracci incompleti (meno di 6 G.D.L.)

- Quando non occorre cambiare l'orientamento dell'end effector (o degli oggetti manipolati)
- Comuni i manipolatori a 4 e 5 G.D.L.
- Se ne hanno meno di 3 non sono robot industriali

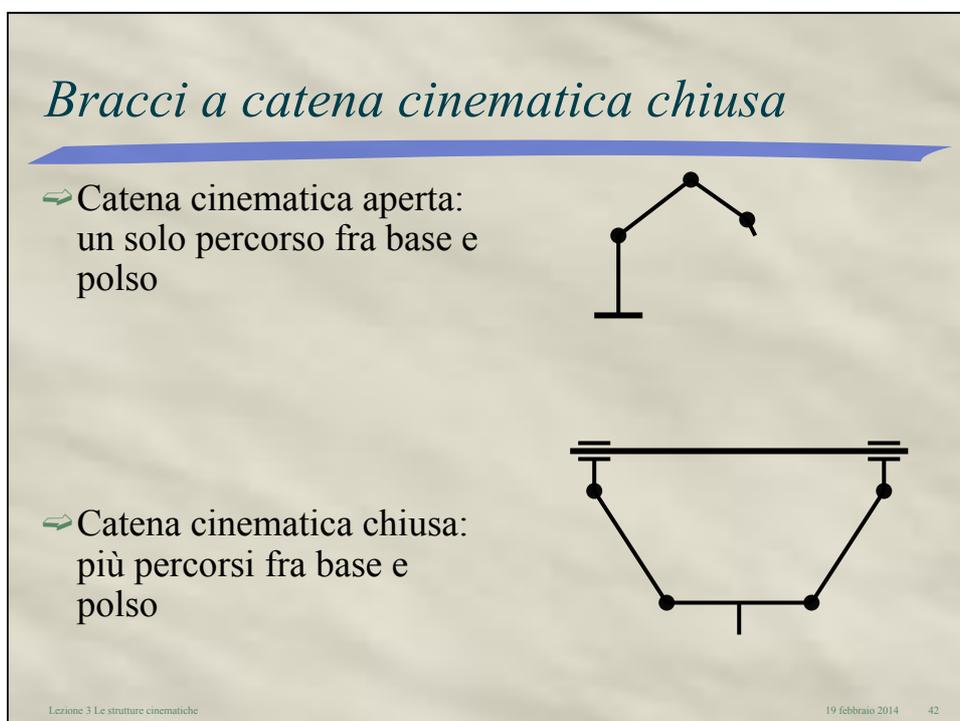
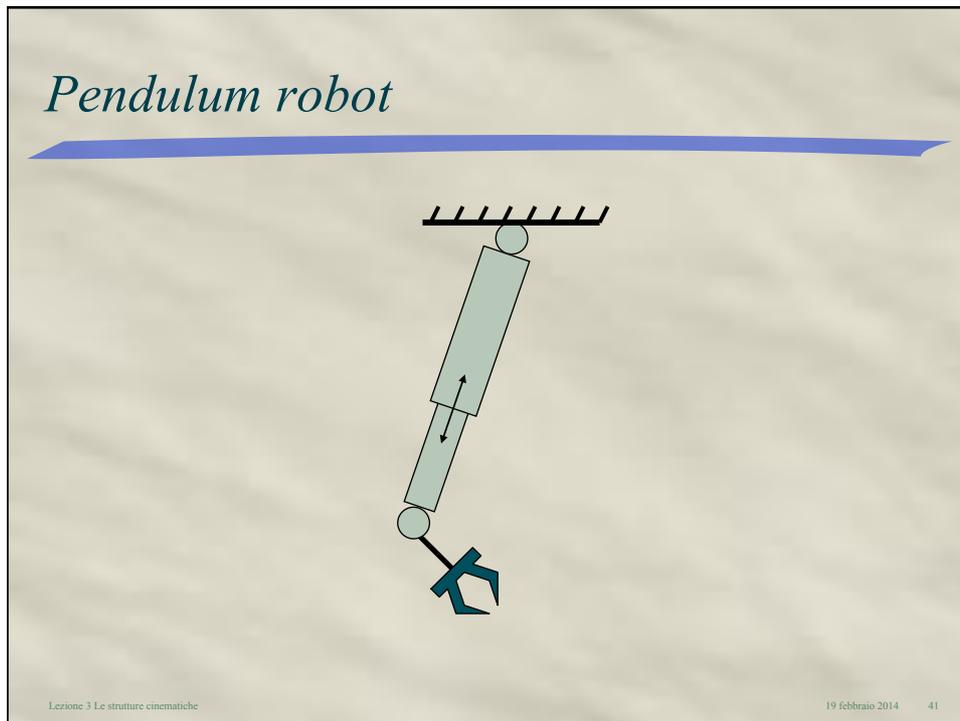
⇒ Bracci ridondanti

⇒ Pendulum robot

⇒ Bracci a catena cinematica chiusa (parallel robot)

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 40



Riassumendo:

⇒ Questa tabella mostra anche la forma tipica dello “spazio di lavoro” di ognuna delle strutture cinematiche principali

Robot	Axes		Examples	
	Principle	Kinematic Structure		Workspace
Cartesian Robot				
Cylindrical Robot				
Spherical Robot				
SCARA Robot				
Articulated Robot				
Parallel Robot				

Lezione 3 Le strutture cinematiche

Il terzo problema:

⇒ Dove muoversi

- L'end effector deve raggiungere pose predeterminate
 - Cioè coordinate predeterminate
- Noi non abbiamo questa capacità, ma abbiamo:
 - Hand-eye coordination
 - Retroazione tattile
- Il manipolatore invece non le ha, salvo casi particolari
- Ma...
- è abbastanza facile misurare le posizioni dei giunti
- E, se i link sono indeformabili...
 - esiste una relazione UNIVOCA fra la posizione dei giunti e quella dell'end effector

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 44

La trasformazione delle coordinate:

The diagram illustrates a 4-link robotic arm. The base is joint J1. Link L1 connects J1 to joint J2. Link L2 connects J2 to joint J3. Link L3 connects J3 to joint J4. Link L4 connects J4 to the end effector W. A 3D coordinate system is shown with axes X, Y, and Z. Rotation matrices Rx, Ry, and Rz are indicated around the axes.

Lezione 3 Le strutture cinematiche 19 febbraio 2014 45

La trasformazione delle coordinate

⇒ Questa relazione si chiama trasformazione cinematica diretta (DKT):

$$X_W = f_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$Y_W = f_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$Z_W = f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$R_{X_W} = f_4(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$R_{Y_W} = f_5(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$R_{Z_W} = f_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

⇒ $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$ dipendono dalle dimensioni e dalla configurazione del robot

Lezione 3 Le strutture cinematiche 19 febbraio 2014 46

Robot articolato a 4 GdL (1):

$X_{J_1} = a$
 $Y_{J_1} = b$
 $Z_{J_1} = 0$

Lezione 3 Le strutture cinematiche
19 febbraio 2014 47

Robot articolato a 4 GdL (2):

$X_{J_2} = X_{J_1}$
 $Y_{J_2} = Y_{J_1}$
 $Z_{J_2} = L1$

Lezione 3 Le strutture cinematiche
19 febbraio 2014 48

Robot articolato a 4 GdL (3):

$$X_{J3} = X_{J2} + L2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2$$

$$Y_{J3} = Y_{J2} + L2 \sin \vartheta_1 \cos \vartheta_2$$

$$Z_{J3} = L1 + L2 \sin \vartheta_2$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche
19 febbraio 2014 49

Il problema però è che...

- ⇒ Noi sappiamo dove deve andare l'end effector
- ⇒ **Dobbiamo calcolare la posizione in cui si deve portare ogni giunto perché ciò avvenga**
- ⇒ Questo problema non ha, in genere, un'unica soluzione

Lezione 3 Le strutture cinematiche
19 febbraio 2014 50

Ancora trasformazione:

⇒ Quindi, quello che ci interessa è la trasformazione dalle coordinate del polso alle coordinate dei giunti.

⇒ Questa trasformazione si chiama trasformazione cinematica inversa (IKT):

$$\theta_1 = f_1(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_2 = f_2(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_3 = f_3(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_4 = f_4(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_5 = f_5(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

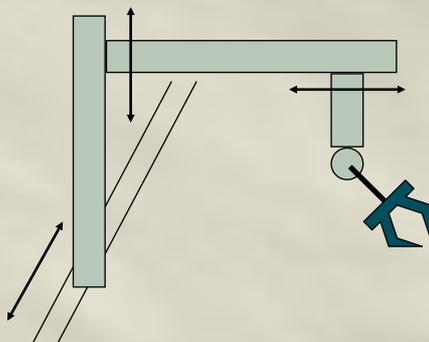
$$\theta_6 = f_6(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 51

Robot cartesiano: IKT semplice (\pm)

⇒ Basta calcolare le coordinate cartesiane ortogonali del giunto di polso e portare i primi tre giunti nelle posizioni corrispondenti.



Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 52

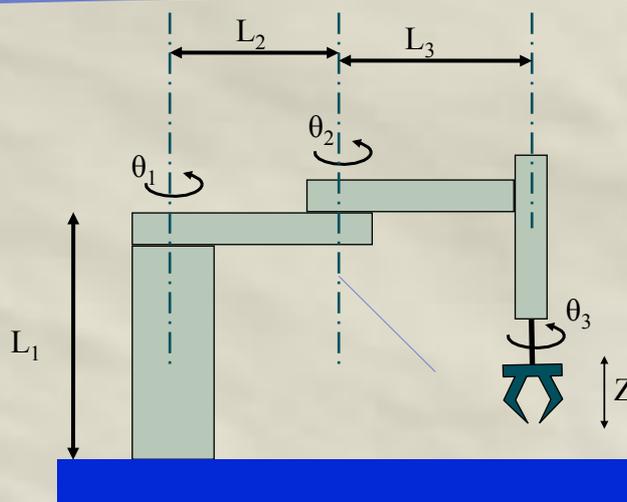
Altre strutture:

- ⇒ Per i robot cilindrici e sferici il discorso è analogo a quello del robot cartesiano.
- ⇒ Per i robot articolati invece la soluzione analitica dà luogo ad una espressione complicatissima. Inoltre, bisogna tener presente che la soluzione non è unica.

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 53

Torniamo al robot SCARA (quello che abbiamo noi)



Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 54

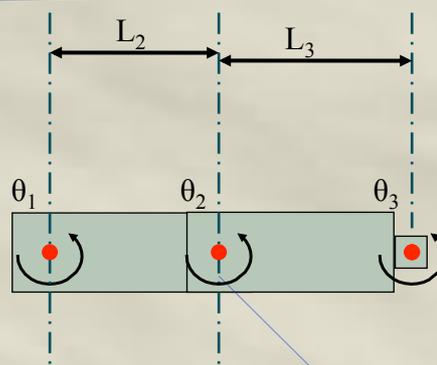
Il nostro problema:

- ⇒ Dobbiamo raggiungere un punto di coordinate $(X_p, Y_p, Z_p, RX_p, RY_p, RZ_p)$
- ⇒ Se $(RX_p \neq 0 \vee RY_p \neq 0)$ il punto è irraggiungibile (il manipolatore non è completo)
- ⇒ Devo calcolare $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ e Z
- ⇒ Prima ovvia considerazione:
 - $Z = Z_p$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 55

Visto dall'alto:

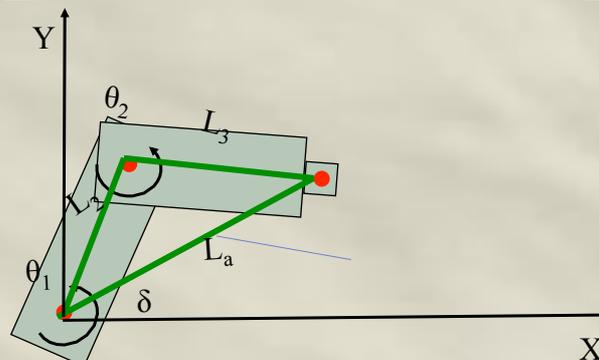


$\theta_3 = RZ_p$ (per una particolarità costruttiva che vedremo in pratica)

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 56

Visto dall'alto:



$$L_a = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2}$$

$$\delta = \arctan(Y_p / X_p)$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 57

La funzione atan2

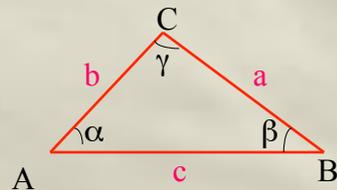
- ⇒ In trigonometry, the two-argument function atan2 is a variation of the arctangent function. For any real arguments x and y not both equal to zero, atan2(y, x) is the angle in radians between the positive x-axis of a plane and the point given by the coordinates (x, y) on it. The angle is positive for counter-clockwise angles (upper half-plane, y > 0), and negative for clockwise angles (lower half-plane, y < 0).

- ⇒ In mathematical terms, atan2 computes the principal value of the argument function applied to the complex number x+iy. That is atan2(y, x) = Pr arg(x+iy) = Arg(x+iy). The argument can be changed by 2π corresponding to a complete turn round the origin without making any difference to the angle, the principal value is the value in the range (-π, π], that is -π < atan2(y, x) ≤ π.

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 58

Risoluzione di un triangolo dati a, b, c



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

da cui si ricava α

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

da cui si ricava β

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

da cui si ricava γ

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 59

Quindi:

- ⇒ Per un robot SCARA a 4 gradi di libertà la IKT è ragionevolmente semplice, e può essere eseguita velocemente anche con un piccolo calcolatore.
- ⇒ Ma cosa vuol dire SCARA?
 - The SCARA acronym stands for Selective Compliance Assembly Robot Arm or Selective Compliance Articulated Robot Arm.

Lezione 3 Le strutture cinematiche

19 febbraio 2014 60

Riassumendo, allora:

- ⇒ Per qualunque manipolatore a catena cinematica aperta con qualunque numero di GDL la DKT esiste sempre ed ha un'unica soluzione
- ⇒ L'IKT invece può:
 - Non esistere
 - Punto con orientamento sbagliato per bracci con $GDL < 6$
 - Punto fuori dal volume di lavoro
 - Avere un numero finito di soluzioni (1, 2, 4, ...)
 - Avere un numero infinito di soluzioni
- ⇒ In generale (ma solo in generale!)
 - Bracci con $n \leq 6$ GDL hanno un numero finito di soluzioni
 - Bracci con $n > 6$ GDL hanno infinite soluzioni